49064

AL/2025/10/S-I

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස්:

- ✳ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
- ✳ **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- ✳ **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ✳ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ✳ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

Department Of Examinations , Sri Lanka

A කොටස

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $9(2^n) < (n+3)!$ බව සාධනය කරන්න.

2. එකම රූප සටහනක $y = |x-2| + 2$ හා $y = 7 - |x+3|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒ නයින්, $|x-2| + |x+3| = 5$ සමීකරණය විසඳන්න.

Department Of Examinations , Sri Lanka

විභාග අංකය

3. ආගන්ඩ් සටහනක, $\left|\mathrm{Arg}(z-2i)\right|=\frac{\pi}{4}$ සමීකරණය සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $\left|\mathrm{Arg}(\bar{z}+2i)\right|=\frac{\pi}{4}$ සපුරාලන z සඳහා $|z-1|$ හි අවම අගය සොයන්න.

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ **ඔත්තේ** පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු. $\left(\sqrt{x}-\frac{x}{n}\right)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි x^2 පදයක් අන්තර්ගත වන බව දී ඇත. $n = 3$ බව පෙන්වා, x^2 හි සංගුණකය සොයන්න.

Department Of Examinations , Sri Lanka

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x - \sin x}{x\left(\sqrt{3x^2+1} - \sqrt{x^2+1}\right)} = \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

6. $k > 0$ යැයි ගනිමු. $y = \left(e^{kx} - e^{-kx}\right)^2 \sqrt{e^{kx} + e^{-kx}}$, $y = 0$, $x = -\dfrac{1}{k}$ හා $x = \dfrac{1}{k}$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x-අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\dfrac{2\pi}{5k}\left(e - \dfrac{1}{e}\right)^5$ බව පෙන්වන්න.

Department Of Examinations , Sri Lanka

7. $t \in \mathbb{R}$ සඳහා $x = e^t - 2e^{-t}$ හා $y = 2e^t + e^{-t}$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු.
$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2e^{2t} - 1}{e^{2t} + 2}$ බව පෙන්වන්න.
C වක්‍රයට එය මත $x = 1$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේදී වූ ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. $P \equiv (2, \alpha)$ හා $Q \equiv (1, \beta)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ. P ලක්ෂ්‍යය $l_1 : 2x - y - 1 = 0$ රේඛාව මත ද Q ලක්ෂ්‍යය, l_1 රේඛාවට සමාන්තර වූ l_2 සරල රේඛාව මත ද පිහිටා ඇත්තේ PQ හා l_2 අතර සුළු කෝණය $\dfrac{\pi}{4}$ වන පරිදි ය. α හා β හි අගයන් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Department Of Examinations , Sri Lanka

9. අරය ඒකක 4 ක් වන, කේන්ද්‍ර $4x - 3y = 0$ රේඛාව මත පිහිටන හා $x^2 + y^2 = 1$ වෘත්තය බාහිරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $\sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta$ යන්න $R\sin(\theta - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.
ඒ නයින්, $\sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta$ ට එහි අවම අගය තිබෙන පරිදි වූ θ හි අගයන් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Department Of Examinations , Sri Lanka

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = x^2 - 2kx - k^2 - 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ සමීකරණයට ශූන්‍ය නොවන තාත්ත්වික හා ප්‍රභින්න මූල දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු $f(x) = 0$ හි මූල යැයි ද, $r = \dfrac{1}{2\alpha}$ හා $s = \dfrac{1}{2\beta}$ යැයි ද ගනිමු.

r හා s මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය $4(k^2+1)x^2 + 4kx - 1 = 0$ බව හා $|r - s| = \dfrac{\sqrt{2k^2+1}}{k^2+1}$ බව පෙන්වන්න.

$y = x^3 + 9x^2 + 3x + 1$ හා $y = x^3 + x^2 - x + 2$ හි ප්‍රස්තාරවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර තිරස් දුර $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) (i) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $(x-a)$ යන්න $p(x)$ බහුපදයක සාධකයක් නම්, $p(x) - (x-a)p'(x) = (x-a)^2 s(x)$ වන පරිදි $s(x)$ බහුපදයක් පවතින බව පෙන්වන්න; මෙහි $p'(x)$ යනු $p(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය වේ.

(ii) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) = x^3 - \lambda x^2 - 2x - (x-2)(3x^2 + \mu x - 2)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-2)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව ද $(x-1)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -3 බව ද දී ඇත. $\lambda = 1$ හා $\mu = -2$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත (i) භාවිතයෙන්, $(x-2)^2$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

12. (*a*) එකිනෙකින් වෙනස් පොත් පහක්, A, B හා C යන සිසුන් තිදෙනෙකු අතරේ බෙදා දිය යුතුව ඇත.

(i) A ට හරියටම පොත් 2 ක්, B ට හරියටම පොත් 2 ක් හා C ට හරියටම 1 පොතකුත්,

(ii) එක් එක් සිසුවාට අවම වශයෙන් 1 පොතක්

ලැබිය හැකි වෙනස් විධි ගණන සොයන්න.

Department Of Examinations, Sri Lanka

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{7r+4}{r(r+1)(r+2)}$, $f(r) = \dfrac{A}{r}$ හා $g(r) = \dfrac{B}{r+1}$ යැයි ගනිමු; මෙහි A හා B තාත්ත්වික නියත වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = [f(r) - f(r+2)] + [g(r) - g(r+1)]$ වන පරිදි A හා B හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{9}{2} - \dfrac{2}{n+1} - \dfrac{5}{n+2}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\lim_{n\to\infty} \left(\sum_{r=1}^{2n} U_r + m \sum_{r=1}^{n-1} U_{n-r} \right) = 18$ වන පරිදි m තාත්ත්වික නියතයෙහි අගය සොයන්න.

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & a \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4+a & 7 \\ 6 & 7 \\ 3a & 4 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$\mathbf{A}^{-1}$ පවතින පරිදි a හි අගයන් සොයන්න.

a ඇසුරෙන් $\mathbf{AB}$ සොයන්න.

$\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}$ වන පරිදි a හි අගය නිර්ණය කරන්න.

a හි මෙම අගය සඳහා, $\mathbf{A} - \mathbf{A}^{-1} = 3\mathbf{I}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වූ ඒකක න්‍යාසය වේ.

(*b*) $w = -\dfrac{\sqrt{2}(3+i)}{(1+2i)}$ යැයි ගනිමු. $|w| = 2$ හා $\mathrm{Arg}\, w = \dfrac{3\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$|z| = 2$ හා $\mathrm{Arg}\, z = \dfrac{\pi}{3}$ වන පරිදි $z \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

තවද, ආගන්ඩ් සටහනක් මත A හා B යනු, පිළිවෙළින් z හා w සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. $AB^2 = 8 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$ බව පෙන්වන්න.

AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. AOC ත්‍රිකෝණය භාවිතයෙන් $\sin^2\left(\dfrac{5\pi}{24}\right) = \dfrac{1}{8}\left(4 + \sqrt{2} - \sqrt{6}\right)$ බව **අපෝහනය** කරන්න; මෙහි O මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.

(*c*) $m \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. $(1 + \sqrt{3}\,i)^{3m}(1 + i)^8 = 2^{3m+4}$ බව දී ඇත.

m හි අඩුතම අගය සොයන්න.

Department Of Examinations , Sri Lanka

14. (*a*) $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ සඳහා, $f(x) = \dfrac{x^2+x+p}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p \in \mathbb{R}$ වේ. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය, x-ඛණ්ඩාංකය $-\dfrac{1}{3}$ වන ලක්ෂ්‍යයකදී, එහි තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය ඡේදනය කරන බව දී ඇත. $p = 2$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ සඳහා $f'(x) = -\dfrac{(3x+5)}{(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය $f''(x)$ යන්න $\mathbb{R} - \{1\}$ සඳහා $f''(x) = \dfrac{6(x+3)}{(x-1)^4}$ මගින් දෙනු ලබන **බව දී ඇත.**

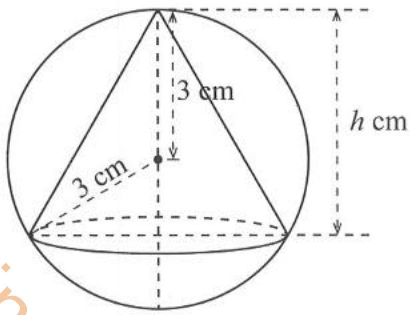
$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට $\left(-3, \dfrac{1}{2}\right)$ හිදී නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

හැරුම් ලක්ෂ්‍යය, ස්පර්ශෝන්මුඛ හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය 3 cm ක් වූ ගෝලයක ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක් අන්තර්ගත කළ යුතුව ඇත.

කේතුවේ උස h cm යැයි ගනිමු. කේතුවේ පරිමාව V cm^3 යන්න $V = \dfrac{\pi}{3}\left(6h^2 - h^3\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

තවද, ගෝලය තුළ අන්තර්ගත කළ හැකි විශාලතම එබඳු කේතුව ලැබෙන්නේ $h = 4$ වන විට බව පෙන්වන්න.



15. (*a*) $k \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}}{(1-k^2x)}\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(*b*) $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ සඳහා $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left\{\ln\left(\dfrac{1+\sin 2x}{\cos 2x}\right)\right\} = \dfrac{2}{\cos 2x}$ බව පෙන්වන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int (\cos 2x)\ln\left(\frac{1+\sin 2x}{\cos 2x}\right)\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(*c*) a නියතයක් වන $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos(x+\frac{\pi}{3})}{\sin x + \cos(x+\frac{\pi}{3})}\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos(x+\frac{\pi}{3})}\,\mathrm{d}x$$ බව පෙන්වන්න.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos(x+\frac{\pi}{3})}{\sin x + \cos(x+\frac{\pi}{3})}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{12}$$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka

16. O මූල ලක්ෂ්‍යය ද, $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$ යැයි ද ගනිමු. $A\hat{O}B$ හා $O\hat{A}B$ කෝණවල කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයා, මෙම කෝණ සමච්ඡේදක $D \equiv \left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

D සිට OA රේඛාවට ලම්බ දුර සොයන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයේ පාද තුනම ස්පර්ශ කරන C_1 වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

C_1 වෘත්තය, OA හා AB ස්පර්ශ කරන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් E හා F යැයි සිතමු. A, E හා F ලක්ෂ්‍ය හරහා යන C_2 වෘත්තයේ සමීකරණය $4x^2 + 4y^2 - 9x - 13y + 15 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

C_1 හා C_2 වෘත්තයන්හි ඡේදනය ප්‍රලම්බ දැයි නිර්ණය කරන්න.

17. (a) $\sin A$, $\sin B$, $\cos A$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වන්න.

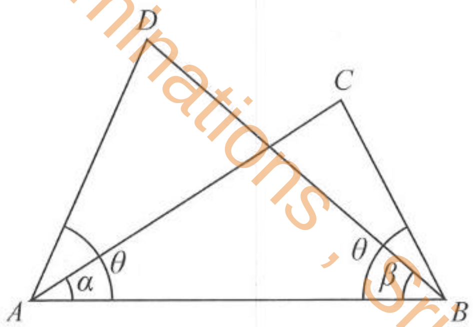
$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\cot\theta - 2\tan\theta = \sin 2\theta$ සමීකරණය $a\cos^4\theta + b\cos^2\theta + c = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a, b හා c තාත්ත්වික නියත වේ.

ඒ නයින්, $\theta = \cos^{-1}\sqrt{\frac{\sqrt{17}-1}{4}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) තලයක් මත A, B, C හා D ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $B\hat{A}D = A\hat{B}C = \theta$ හා $3AD = 4BC$ වන පරිදි ය.

$B\hat{A}C = \alpha$ හා $A\hat{B}D = \beta$ යැයි ගනිමු. (රූපය බලන්න.)



සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $\frac{BC}{AD} = \frac{\sin\alpha\sin(\theta+\beta)}{\sin\beta\sin(\theta+\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

$\cot\theta = 3\cot\alpha - 4\cot\beta$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(c) පහත සමගාමී සමීකරණ, x හා y සඳහා විසඳන්න:

$\sin^{-1}\sqrt{x} = \cos^{-1}\sqrt{y}$

$\tan(\tan^{-1}3x - \tan^{-1}2y) + \tan(\tan^{-1}3y - \tan^{-1}2x) = 1$.

* * *

Department Of Examinations, Sri Lanka

49064

AL/2025/10/S-II

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස්:

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
- **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

Department Of Examinations , Sri Lanka

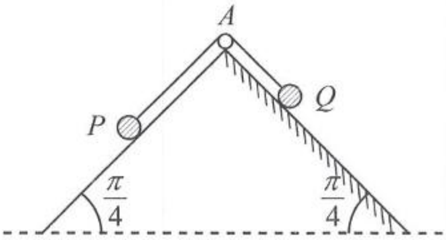
A කොටස

1. ස්කන්ධය m වූ A අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලව ඇත. u වේගයකින් මේසය මත චලනය වන ස්කන්ධය $2m$ වූ B අංශුවක් A සමග සරල ලෙස ගැටේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමට පසු A අංශුවෙහි වේගය $\frac{2}{3}(1+e)u$ බව පෙන්වන්න.
ගැටුමෙහිදී B මගින් A මත යොදන ආවේගයෙහි විශාලත්වය mu බව දී ඇත. $e=\frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

2. u ආරම්භක වේගයක් ඇතිව තිරස සමග $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින්, තිරස් ගෙබිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. ප්‍රක්ෂිප්තයෙහි තිරස් පරාසය සොයා, එය $\frac{\sqrt{3}u^2}{2g}$ නම්, $\theta=\frac{\pi}{6}$ හෝ $\theta=\frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

Department Of Examinations , Sri Lanka

3. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $4m$ හා m වන P හා Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් යා කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, තන්තුව, එක එකක් තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වූ අචල තල දෙකක මුදුනෙහි සවි කර ඇති A සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යයි. P අංශුව තබා ඇති තලය සුමට වන අතර, Q අංශුව තබා ඇති තලය රළු වේ. Q හා රළු තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. තන්තුව තදව ඇතිව හා තන්තුවේ AP හා AQ කොටස් අනුරූප තලවල උපරිම බෑවුම් රේඛා දිගේ තිබෙමින් අංශු අල්වා තබා, නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. P, තලයේ පහළට චලනය වන බව දී ඇත. තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.

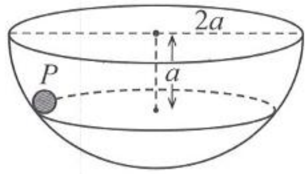


4. ස්කන්ධය 1250 kg වූ මෝටර් රථයක් 1000 N නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක් මත 32 m s^{-1} නියත වේගයකින් චලනය වෙමින් ඇත. මෝටර් රථයෙහි එන්ජිම මගින් ජනනය කරනු ලබන ජවය 32 kW බව පෙන්වන්න.

දැන්, මෝටර් රථය, තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$ ක කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ පහළට එම නියත ප්‍රතිරෝධයටම එරෙහිව චලනය වේ. එහි ත්වරණය 4 m s^{-2} වන හා එහි එන්ජිම 20 kW ජවයකින් ක්‍රියාකරන මොහොතකදී මෝටර් රථයේ වේගය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.

Department Of Examinations, Sri Lanka

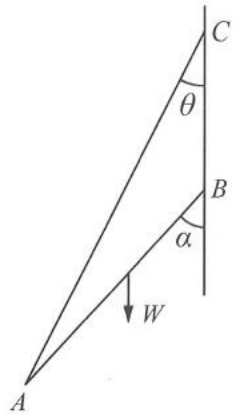
5. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය $2a$ වූ තුනී අර්ධගෝලාකාර කබොලක් එහි වෘත්තාකාර ගැටිය තිරස්ව ඇතිව සවි කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට u වේගයක් දෙනු ලබන්නේ කබොලෙහි ඇතුළත සුමට පෘෂ්ඨය මත, කබොලෙහි වෘත්තාකාර ගැටියේ කේන්ද්‍රයට a දුරක් පහළින් කේන්ද්‍රය පිහිටි තිරස් වෘත්තයක චලනය වන පරිදි ය. $u = \sqrt{3ga}$ බව පෙන්වන්න.



6. $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} - \{0\}$ යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{a} = \alpha\,\mathbf{i} + \beta\,\mathbf{j}$ හා $\mathbf{b} = \gamma\,\mathbf{i} - \beta\,\mathbf{j}$ යනු $|\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 = 1$ සපුරාලන පරිදි වූ දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු. $\alpha^2 + 2\beta^2 + \gamma^2 = 1$ බව පෙන්වන්න.
a හා **b** දෛශික එකිනෙකට ලම්බ බව දී ඇත. $\beta^2 = \alpha\gamma$ බව පෙන්වන්න.
$\alpha = \dfrac{1}{3}$ නම් γ හි අගය සොයන්න.

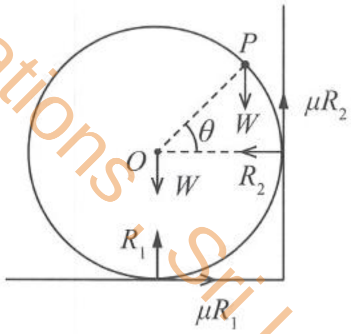
Department Of Examinations , Sri Lanka

7. බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් යටිඅත් සිරස සමග $\alpha \left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදමින් සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ කරමින් වන අතර B ට සිරස්ව ඉහළින් වූ C ලක්ෂ්‍යයකදී බිත්තියට ඇදූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් අනෙක් A කෙළවර රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි එල්ලීමෙනි. තන්තුව තදව ඇති අතර එය යටිඅත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි. දණ්ඩ හා තන්තුව, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටා ඇත. $\tan\alpha = 2\tan\theta$ බව පෙන්වන්න.



8. බර W වූ P අංශුවක්, කේන්ද්‍රය O, අරය a හා බර W වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තුනී තැටියක ගැටියට සවි කර ඇත. රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව රළු තිරස් ගෙබිමක් මත තැටිය සමතුලිතව ඇත. තැටිය හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වන අතර තැටිය හා බිත්තිය අතර ද එය μ ම වේ. OP තිරස සමග $\theta \left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන විට තැටිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇති බව දී ඇත. තැටිය මත ක්‍රියාකරන බල රූපයේ ලකුණු කර ඇත.

$\cos\theta = \dfrac{2\mu(\mu+1)}{\mu^2+1}$ බව පෙන්වන්න.



Department Of Examinations, Sri Lanka

9. A, B හා C යනු, A හා B ස්වායත්ත ද, B හා C අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර ද, $P(B) = \frac{1}{5}$ ද $P(A \cup B) = P(B \cup C)$ ද වන පරිදි, Ω නියැදි අවකාශයක වූ සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. $P(C) = \frac{4}{5}P(A)$ බව පෙන්වන්න.

$P(C \mid A) = 2P(A \cap C) \neq 0$ නම් $P(C)$ සොයන්න.

10. ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කරන ලද $1, p, 4, 10, q$ නිරීක්ෂණ පහක මධ්‍යන්‍යය 6 වේ; මෙහි p හා q යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. මෙම නිරීක්ෂණ, $y = 3x + c$ පරිණාමනය මගින් පරිණාමනය කර ඇත; මෙහි x මගින් මුල් නිරීක්ෂණ දක්වන අතර c යනු තාත්වික සංඛ්‍යාවකි. පරිණාමිත නිරීක්ෂණවල මධ්‍යන්‍යය හා පරාසය පිළිවෙළින් 20 හා 33 වේ. p, q හා c හි අගයන් සොයන්න.

Department Of Examinations , Sri Lanka

49064

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) නියත $f \text{ m s}^{-2}$ මන්දනයකින් සරල රේඛාවක් දිගේ ගමන් කරන P අංශුවක්, කාලය $t = 0$ s හිදී 60 m s^{-1} ක ප්‍රවේගයකින් O ලක්ෂ්‍යයක් පසු කරයි; මෙහි $f > 0$ වේ. P අංශුව නිශ්චලතාවයට පැමිණි වහාම, එය O දෙසට $f \text{ m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් චලනය වේ. O හි නිශ්චලතාවයේ පැවති තවත් Q අංශුවක්, කාලය $t = \dfrac{30}{f}$ s හිදී $f \text{ m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් එම සරල රේඛාව දිගේම P දෙසට චලනය ආරම්භ කර, 30 m s^{-1} ප්‍රවේගයක් ලබාගත් පසු එම නියත ප්‍රවේගයම පවත්වා ගෙන යයි. Q අංශුව නියත ප්‍රවේගයට පැමිණ තත්පර 10 කට පසු Q අංශුව P අංශුව හමුවේ. එකම රූපසටහනක, $t = 0$ s සිට P හා Q හමුවන තෙක්, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

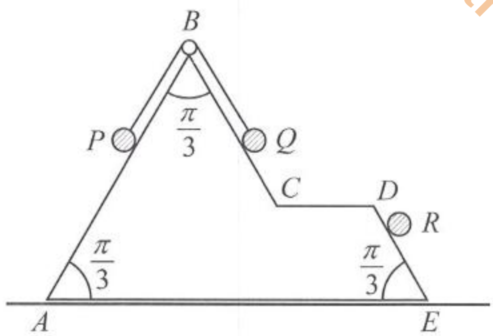
$f = 3$ බවත් O සිට අංශු හමුවන ලක්ෂ්‍යයට දුර 450 m බවත් පෙන්වන්න.

(*b*) සමාන්තර ඍජු ඉවුරු සහිත පළල a වූ ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගලයි. රූපයෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි, A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඉවුරු මත පිහිටා ඇත්තේ AB ඉවුරුවලට ලම්බක හා $BC = 2a$ වන පරිදි ය. P හා Q බෝට්ටු දෙකක් පිළිවෙළින් A හා B හිදී එකම මොහොතකදී තම ගමන් ආරම්භ කරයි. P බෝට්ටුව ජලයට සාපේක්ෂව $2\sqrt{5}\,u$ ප්‍රවේගයකින් $\overrightarrow{AC}$ දිශාවට ගමන් කරයි. Q බෝට්ටුව ජලයට සාපේක්ෂව $\sqrt{2}\,u$ වේගයකින් පොළොවට සාපේක්ෂව $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට ගමන් කරයි. එකම රූපයක, P හි හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න.

පොළොවට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගයත් පොළොවට සාපේක්ෂව Q හි වේගයත් සොයන්න.

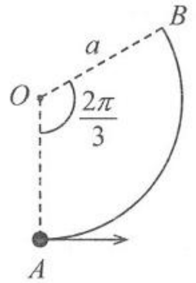
තවද, Q ට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගයේ දිශාවත් **ඒ නයින්**, P හා Q අතර කෙටිම දුරත් සොයන්න.

12. (*a*) ස්කන්ධය $10m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ $ABCDE$ සිරස් හරස්කඩ රූපයේ දැක්වේ. AE අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක තබා ඇත. තවද, AB, BC හා DE ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර, CD, AE ට සමාන්තර ද $E\hat{A}B = A\hat{B}C = D\hat{E}A = \dfrac{\pi}{3}$ ද වේ. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $5m$, m හා m වන P, Q හා R අංශු තුනක්, පිළිවෙළින් AB, BC හා DE මත අල්වා තබා ඇත. B හිදී කුට්ටියට සවි කර ඇති සුමට සැහැල්ලු කුඩා කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට P හා Q අංශු ඈඳා ඇත. රූපයේ දක්වා ඇති පිහිටුමේ සිට තන්තුව තදව ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. කුට්ටියෙහි ත්වරණයත්, කුට්ටිය මගින් P මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



Department of Examinations, Sri Lanka

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය a ද, කේන්ද්‍රය O ද හා $A\hat{O}B = \frac{2\pi}{3}$ ද වූ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩැති AB සුමට තුනී දෘඪ කම්බියක්, OA සිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ සුමට කුඩා පබලුවක් A හි තබා $\sqrt{\frac{7ga}{2}}$ වේගයකින් කම්බිය දිගේ ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. පබලුව O වටා θ $\left(0<\theta\le\frac{2\pi}{3}\right)$ කෝණයකින් හැරී ඇති විට එහි v වේගය $v^2 = \frac{ga}{2}(3+4\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



තවද, කම්බිය හැර ගිය පසු, පබලුව නැවත A වෙත පැමිණෙන බව පෙන්වා, පබලුව A කරා ළඟා වන විට එහි වේගය සොයන්න.

13. $AB = 16a$ වන පරිදි, A හා B අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $3mg$ වන S_1 සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇති අතර S_1 හි අනෙක් කෙළවර A ට ඇඳා ඇත. තවද, ස්වභාවික දිග $4a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ වන දෙවන S_2 සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ද P ට ඇඳා ඇති අතර S_2 හි අනෙක් කෙළවර B ට ඇඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, C ලක්ෂ්‍යයකදී P අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතී.

AC හි දිග හා BC හි දිග සොයන්න.

දැන්, P අංශුව B දෙසට $2a$ දුරක් ඇද, නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \omega^2(x-6a) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වන අතර $\omega\ (>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.

$X = x - 6a$ ලෙස ගෙන, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්ති චලිතයේ ආවර්ත කාලය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, මෙම චලිතයේ විස්තාරය c ද, P හි උපරිම වේගය ද සොයන්න.

මෙම චලිතයේදී P, C ට ළඟා වන පළමු මොහොතේදී, S_2 තන්තුව කපනු ලැබේ.

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, D යනු $AD = 2a$ වන පරිදි වූ AC මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. C සිට D දක්වා P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \omega_1^2 y = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $DP = y$ වන අතර $\omega_1\ (>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.

මෙම සරල අනුවර්ති චලිතයේ විස්තාරය $\sqrt{\frac{68}{3}}a$ බව පෙන්වන්න.

P චලිතයේ යෙදවූ මොහොතේ සිට එය A ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වන තෙක් ගත වූ මුළු කාලය සොයන්න.

14.(a) O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින්, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{a} = -\mathbf{i}+\mathbf{j}$ හා $\mathbf{b} = \mathbf{i}+2\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OB}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. තවද, D යනු DC, AB ට සමාන්තර හා AD, AB ට ලම්බ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OD} = -\frac{8}{5}\mathbf{i} + \frac{11}{5}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

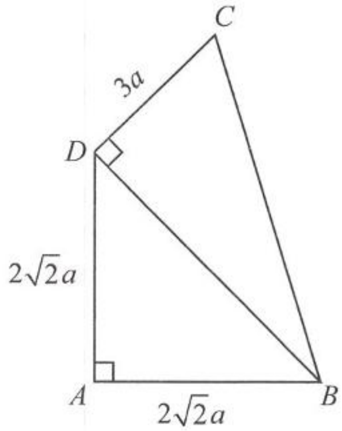
AB හා OD හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය E යැයි ගනිමු.

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{10}\overrightarrow{AB}$ බව පෙන්වන්න.

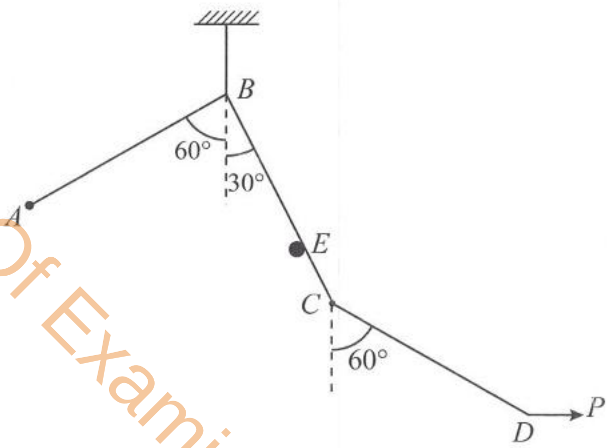
Department Of Examinations , Sri Lanka

(b) $B\hat{A}D = B\hat{D}C = \frac{\pi}{2}$, $AB = AD = 2\sqrt{2}a$ හා $CD = 3a$ වූ $ABCD$ තල චතුරස්‍රයක් රූපයෙහි දැක්වේ. විශාලත්ව $3P, 3P, 2\sqrt{2}P, 5\sqrt{2}P$ හා $3\sqrt{2}P$ වූ බල පිළිවෙළින් AB, AD, BD, BC හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය, විශාලත්ව αP හා βP වූ පිළිවෙළින් AB හා AD දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරන බල දෙකකට හා වාමාවර්ත අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය M වූ බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. α, β හා M හි අගයන් සොයන්න.

දැන්, ඉහත බල පද්ධතියට, චතුරස්‍රයේ තලයෙහි ක්‍රියාකරන බල යුග්මයක් එකතු කරනු ලබන්නේ නව බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය D හරහා යන පරිදි ය. එකතු කළ බල යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.



15. (a) $4a$ සමාන දිගින් යුත් හා බර පිළිවෙළින් $W, 2W$ හා W වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් B සන්ධියට ඈඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, තිරස් සිවිලිමක් මත B ට සිරස්ව ඉහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, AB හා CD දඬු එක එකක් සිරස සමග $60°$ ක කෝණයක් ද BC දණ්ඩ සිරස සමග $30°$ ක කෝණයක් ද සාදමින් හා තන්තුව තදව ඇතිව දඬු තුන සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ $BE = 3a$ වන පරිදි E හි ඇති අචල සුමට නාදැත්තක් මත BC දණ්ඩ තැබීමෙන් හා, D හිදී විශාලත්වය P වූ තිරස් බලයක් යෙදීමෙනි.



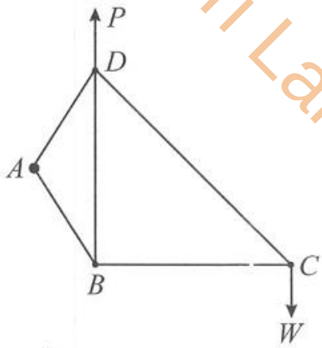
(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) නාදැත්ත මගින් BC දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{W}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) තන්තුවෙහි ආතතිය සොයන්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AB = AD = 2a$, $BC = BD = 2\sqrt{3}a$ හා $C\hat{B}D = \frac{\pi}{2}$ බව දී ඇත.

C සන්ධියේදී W බරක් එල්ලා, රාමු සැකිල්ල A හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසවු කර, BC තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ D සන්ධියේදී සිරස්ව උඩු අතට යෙදූ විශාලත්වය P වූ බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

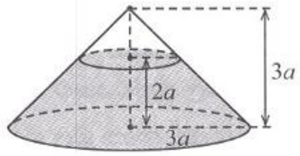


ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් සොයන්න.

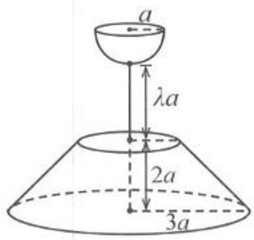
Department Of Examinations , Sri Lanka

16. අරය a වූ ඒකාකාර අර්ධගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද, උස h වූ ඝන ඒකාකාර ඍජු-වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

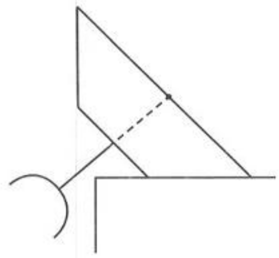
උස $2a$ වූ ඡින්නකයක් සාදා ඇත්තේ, පතුලේ අරය $3a$ හා උස $3a$ වන ඝන ඒකාකාර ඍජු-වෘත්තාකාර කේතුවකින්, එහි පතුලට සමාන්තර තලයක් හරහා කපා, කුඩා ඍජු-වෘත්තාකාර කේතුව ඉවත් කිරීමෙනි. (යාබද රූපය බලන්න). ඡින්නකය සෑදීම සඳහා ඉවත් කළ ඍජු-වෘත්තාකාර කේතුවේ ස්කන්ධය m වේ. ඡින්නකයේ ස්කන්ධය $26m$ බව පෙන්වන්න.



අරය a හා ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර අර්ධගෝලාකාර කබොලක් හා ඉහත ඡින්නකය, දිග λa හා ස්කන්ධය m වන ඒකාකාර දණ්ඩක අන්තවලට දෘඪ ලෙස සවි කර, යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා ඇත්තේ, දණ්ඩත්, අර්ධගෝලාකාර කබොලේ කේන්ද්‍රයත්, ඡින්නකයේ අක්ෂයත් යන සියල්ල එකම සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදි ය. සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, ඡින්නකයේ විශාල වෘත්තාකාර පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3}{56}(15+\lambda)a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



සංයුක්ත වස්තුව, තිරස් මේසයක් මත, ඡින්නකයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මේසය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිතික අක්ෂය හරහා සිරස් හරස්කඩ යාබද රූපයේ දැක්වේ. සංයුක්ත වස්තුව සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, $\lambda \le \frac{11}{3}$ බව පෙන්වන්න.



17. (*a*) C පෙට්ටියක කළු පාට බෝල 2 ක් හා සුදු පාට බෝල 2 ක් අඩංගු වන අතර, D පෙට්ටියක කළු පාට බෝල 2 ක් හා සුදු පාට බෝල 1 ක් අඩංගු වේ. මෙම බෝල, පාටින් හැර අන් හැම අයුරකින්ම සමාන වේ. පළමුව, C පෙට්ටියෙන් එක බෝලයක් සසම්භාවී ලෙස D පෙට්ටිය තුළට මාරු කරනු ලැබේ. පසුව, D පෙට්ටියෙන් එක බෝලයක් සසම්භාවී ලෙස C පෙට්ටිය තුළට මාරු කරනු ලැබේ. දැන්, D පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) D පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් වීමේ,

(ii) D පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් බව දී ඇති විට, පළමුව C පෙට්ටියෙන් D පෙට්ටියට මාරු කළ බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) බැංකුවක පාරිභෝගිකයින් 100 දෙනෙකුගේ වාර්ෂික ඉතුරුම්වල දත්ත ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දෙයි.

ඉතුරුම්, රුපියල් දහස්වලින්	සංඛ්‍යාතය
10 – 30	35
30 – 50	40
50 – 70	15
70 – 90	10

ඉහත දත්ත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය, මාතය හා විචලතාවය සොයන්න.

දැන්, අමතර පාරිභෝගිකයින් x සංඛ්‍යාවක් දත්ත ව්‍යාප්තියට එකතු කරන අතර ඒ සියලුදෙනා තනි පන්ති ප්‍රාන්තරයකට අයත් වන බව සොයාගන්නා ලදී. පාරිභෝගිකයින් $(100 + x)$ දෙනාගේ වාර්ෂික ඉතුරුම්වල මධ්‍යන්‍යය රු. 40 000 බව දී ඇත. නව පාරිභෝගිකයින් x දෙනා අයත් වන පන්ති ප්‍රාන්තරය 30 – 50 බව පෙන්වන්න.

* * *

Department Of Examinations , Sri Lanka